

Câu 1 (2,0 điểm):

1. Rút gọn: $3\sqrt{2} - \sqrt{32} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

2. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{4\sqrt{x} - 4}{4 - x}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$

a. Rút gọn P.

b. Tìm giá trị của P khi $x = 16$

Câu 2 (1,5 điểm): Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{x} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{10}$

b) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} - 2024 = 0$

c) $\sqrt{31-x} + 1 = x$

Câu 3 (2,5 điểm):

1. Cho hàm số: $y = (m - 1)x + 2m + 1$

a. Vẽ đồ thị hàm số khi $m = -1$ và tìm diện tích tam giác tạo bởi đồ thị hàm số với 2 trục tọa độ.

b. Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua $\forall m$

2. Một chiếc thuyền máy xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 48km rồi quay ngay trở về A. Thời gian cả đi lẫn về hết 5 giờ. Tính vận tốc thuyền máy khi nước yên lặng biết vận tốc dòng nước là 4km/h.

Câu 4 (3,0 điểm):

1. Cho (O;R) và hai dây $AB = CD = 16\text{cm}$, vuông góc với nhau tại E. Gọi H và K là hình chiếu của O trên AB và CD.

a) Tứ giác OHEK là hình gì? Vì sao?

b) Cho $OE = 6\sqrt{2}$ cm. Tính R.

c) Chứng minh rằng: B; O; D không thẳng hàng.

2. Cho tam giác vuông ABC; $\hat{A} = 90^\circ$, vẽ phân giác AD.

Chứng minh rằng $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{AD}$

Câu 5 (1,0 điểm):

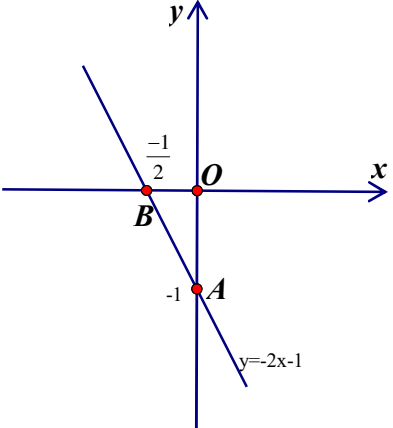
Cho 3 số dương a; b; c thỏa mãn $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = 1$

Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}$

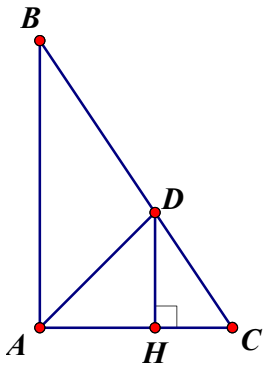
-----Hết-----

| Câu | Ý | Nội dung | Điểm |
|------------------|-----------------|---|--|
| Câu 1 (2,0 đ) | 1. 0,75 | $3\sqrt{2} - \sqrt{32} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ $= 3\sqrt{2} - \sqrt{4^2 \cdot 2} - 1-\sqrt{2} $ $= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) \quad \text{do } 1-\sqrt{2} < 0$ $= -\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1$ $= 1 - 2\sqrt{2}$ | 0,25 0,25 0,125 0,125 |
| | 2. a) 1,0 | <p>Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có:</p> $P = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}-4}{4-x}$ $= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+2) - (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) - (4\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x+2\sqrt{x}+3\sqrt{x}+6 - (x-2\sqrt{x}-\sqrt{x}+2) - 4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x+5\sqrt{x}+6-x+2\sqrt{x}+\sqrt{x}-2-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{4\sqrt{x}+8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{4(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{4}{\sqrt{x}-2}$ <p>KL: Vậy với $x \geq 0; x \neq 4$ thì $P = \frac{4}{\sqrt{x}-2}$</p> | 0,125 0,125 0,25 0,125 0,125 0,125 0,125 |

| | | | |
|-------------------------------|------------|---|--|
| | b) 0,25 | Ta có: $x = 16$ thỏa mãn $x \geq 0; x \neq 4$ $\Rightarrow P = \frac{4}{\sqrt{16} - 2} = \frac{4}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$ Vậy khi $x = 16$ thì $P = 2$ | 0,125 0,125 |
| Câu 2 (1,5đ) | a 0,5 | $\frac{1}{x} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{10} \quad \text{Đk: } x \neq 0; x \neq -3$ $\Leftrightarrow \frac{10(x+3) - 2x \cdot 10}{10x(x+3)} = \frac{x(x+3)}{10x(x+3)}$ $\Rightarrow 10x + 30 - 20x = x^2 + 3x$ $\Leftrightarrow -10x + 30 = x^2 + 3x$ $\Leftrightarrow x^2 + 3x + 10x - 30 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 15x - 2x - 30 = 0$ $\Leftrightarrow x(x+15) - 2(x+15) = 0$ $\Leftrightarrow (x+15)(x-2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+15=0 \\ x-2=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -15 \text{ (t/m đk)} \\ x = 2 \text{ (T/m đk)} \end{cases}$ KL: Pt có tập nghiệm $S = \{2; -15\}$ | 0,125 0,125 0,125 0,125 |
| | b 0,5 | $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} - 2024 = 0 \quad \text{Đk: } x \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(3x-1)^2} = 2024$ $\Leftrightarrow 3x-1 = 2024$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 = 2024 \\ 3x-1 = -2024 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2025 \\ 3x = -2023 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2025}{3} \text{ (t/m)} \\ x = \frac{-2023}{3} \text{ (t/m)} \end{cases}$ KL: Phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{-2023}{3}; \frac{2025}{3} \right\}$ | 0,125 0,125 0,125 0,125 |

| | | | |
|---------------------|----------|--|--|
| | c 0,5 | $\sqrt{31-x} + 1 = x$ $\Leftrightarrow \sqrt{31-x} = x - 1 \quad \text{ĐK: } \begin{cases} 31-x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 31(*)$ $\Rightarrow 31-x = x^2 - 2x + 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + x - 31 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 30 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5x - 30 = 0$ $\Leftrightarrow x(x-6) + 5(x-6) = 0$ $\Leftrightarrow (x-6)(x+5) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-6=0 \\ x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \text{ (t/m đk)} \\ x=-5 \text{ (kot/m đk)} \end{cases}$ <p>KL: Vậy pt có 1 nghiệm $x = 6$</p> | 0,125 0,125 0,125 0,125 |
| Câu 3 (2,5đ) | 1. | <p>+ Khi $m = -1$ ta có:</p> $y = (-1-1)x + 2(-1) + 1$ $\Leftrightarrow y = -2x - 2 + 1$ $\Leftrightarrow y = -2x - 1$ <p>- Cho $x = 0 \Rightarrow y = -1$ có $A(0; -1)$ - Cho $y = 0$</p> $\Rightarrow -2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ <p>Có $B\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$</p> <p>Đồ thị h/s $y = -2x - 1$ là đường thẳng AB</p> <p>Vẽ đúng</p> <p>+ Diện tích tam giác tạo bởi đồ thị h/s $y = -2x - 1$ là ΔOAB vuông tại O</p> <p>Có $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB$</p> $= \frac{1}{2} \cdot \left -\frac{1}{2} \right \cdot -1 $ $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$ <p>Vậy diện tích tam giác cần tính là $\frac{1}{4}$ (đvdt)</p> |  <p>0,125 0,125 0,125 0,125 0,125 0,125 0,25 0,25 0,125 0,125</p> |

| | | |
|---------------------------------------|--|--|
| | <p>2. 1,0</p> <p>Gọi vận tốc thuyền máy khi nước yên lặng là x km/h ($x > 4$) Vận tốc thuyền khi xuôi dòng là: $x + 4$ (km/h) Vận tốc thuyền khi ngược dòng là: $x - 4$ (km/h)</p> <p>Thời gian thuyền xuôi 48km là: $\frac{48}{x + 4}$ (h)</p> <p>Thời gian thuyền ngược 48km là: $\frac{48}{x - 4}$ (h)</p> <p>Ta có phương trình:</p> $\frac{48}{x + 4} + \frac{48}{x - 4} = 5$ $\Rightarrow 48(x - 4) + 48(x + 4) = 5(x + 4)(x - 4)$ $\Leftrightarrow 48x - 48 \cdot 4 + 48x + 48 \cdot 4 = 5(x^2 - 16)$ $\Leftrightarrow 96x = 5x^2 - 80$ $\Leftrightarrow 5x^2 - 96x - 80 = 0$ $\Leftrightarrow 5x^2 - 100x + 4x - 80 = 0$ $\Leftrightarrow 5x(x - 20) + 4(x - 20) = 0$ $\Leftrightarrow (x - 20)(5x + 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 20 = 0 \\ 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (t/m đk của ẩn)} \\ x = \frac{-4}{5} \text{ (Kot / m đk của ẩn)} \end{cases}$ <p>KL: Vận tốc thuyền máy khi nước yên lặng là 20 km/h</p> | <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> <p>0,125</p> |
| <p>Câu 4 (3,0đ)</p> | <p>Vẽ hình đúng</p> | <p>0,25</p> |
| | <p>1.a) 0,5</p> <p>+ Xét $(O ; R)$ có dây $AB = CD \Rightarrow OK = OH$ (đ/lí) (1) + Có $\widehat{OKE} = \widehat{OHE} = \widehat{HEK} = 90^\circ$ (gt) \Rightarrow Tứ giác OKEH là hình chữ nhật (2) Từ (1) (2) \Rightarrow tứ giác OHEK là hình vuông (đpcm)</p> | <p>0,125</p> <p>0,25</p> <p>0,125</p> |
| | <p>1.b) 0,75</p> <p>$\Delta_{\nu} OEK$ ($\widehat{OKE} = 90^\circ$) có $\widehat{OEK} = 45^\circ$ (OE là đường chéo hình vuông OHEK)</p> | |

| | | | |
|-------------|---|---|--------------|
| | $\Rightarrow OK = OE \cdot \sin 45^\circ = 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6(\text{cm})$ $\Delta_{\vee} OKD (\widehat{OKD} = 90^\circ)$ <p>có $OD^2 = R^2 = OK^2 + KD^2$ (Pitago)</p> <p>do $OK \perp CD$ và CD là dây của (O)</p> $\Rightarrow K \text{ là trung điểm của } CD \Rightarrow KD = \frac{CD}{2} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$ $\Rightarrow R^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ $\Rightarrow R = 10(\text{cm})$ <p>Vậy bán kính đường tròn là 10cm</p> | 0,25 | |
| 1.c) 0,5 | $\Delta_{\vee} OKD \text{ có } \widehat{OKD} = 90^\circ$ $\Rightarrow \sin \widehat{KOD} = \frac{KD}{OD} = \frac{8}{10} = 0,8 \Rightarrow \widehat{KOD} \approx 53,13^\circ$ $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \widehat{KOD} > 45^\circ \\ \text{Tg tự } \widehat{HOB} > 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{KOD} + \widehat{HOB} > 90^\circ (1)$ <p>Có $\widehat{BOD} + \widehat{BOH} + \widehat{KOD} + \widehat{HOK} = 360^\circ$</p> $\Rightarrow \widehat{BOD} + (\widehat{HOB} + \widehat{KOD}) + 90^\circ = 360^\circ (2)$ <p>Từ (1) (2) $\Rightarrow \widehat{BOD} < 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow B ; O ; D$ không thẳng hàng (đpcm)</p> | 0,125 0,125 0,125 0,125 | |
| 2. 1,25 | <p>Vẽ hình đúng</p> <p>Kẻ $DH \perp AC$</p> $\Rightarrow DH // AB (\perp AC)$ <p>Xét ΔABC có $DH // AB$</p> $\Rightarrow \frac{DH}{AB} = \frac{CD}{CB} \text{ (Hệ quả đlí Talet) (1)}$ <p>ΔABC; $\widehat{BAC} = 90^\circ$ phân giác AD (gt)</p> $\Rightarrow \widehat{DAH} = \frac{1}{2} \widehat{BAC} = 45^\circ \text{ và } \frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$ |  | 0,25 0,25 |

| | | |
|---------------------------------------|--|---|
| | $\Rightarrow \frac{CD}{CD+BD} = \frac{AC}{AC+AB}$ $\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{AC}{AC+AB} \quad (2)$ <p>Từ (1)(2) $\Rightarrow \frac{DH}{AB} = \frac{AC}{AC+AB} \Rightarrow DH \cdot (AC+AB) = AB \cdot AC$</p> $\Rightarrow \frac{1}{DH} = \frac{AB+AC}{AB \cdot AC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$ <p>$\Delta_{\sqrt{2}} ADH (\widehat{AHD} = 90^{\circ})$</p> $\Rightarrow DH = AD \cdot \sin 45^{\circ}$ $\Rightarrow DH = AD \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow \frac{1}{DH} = \frac{\sqrt{2}}{AD}$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} \quad (\text{đpcm})$ | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |
| <p>Câu 5 (1,0đ)</p> | <p>Ta có $2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2 \quad \forall a; b$</p> $\Rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a^2}{\sqrt{2(b^2+c^2)}} + \frac{b^2}{\sqrt{2(c^2+a^2)}} + \frac{c^2}{\sqrt{2(a^2+b^2)}}$ <p>Đặt $x = \sqrt{b^2+c^2}$; $y = \sqrt{c^2+a^2}$; $z = \sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow x+y+z=1$</p> $\Rightarrow VT \geq \frac{y^2+z^2-x^2}{2\sqrt{2}x} + \frac{z^2+x^2-y^2}{2\sqrt{2}y} + \frac{x^2+y^2-z^2}{2\sqrt{2}z}$ $\geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\left(\frac{(y+z)^2}{2x} - x \right) + \left(\frac{(z+x)^2}{2y} - y \right) + \left(\frac{(x+y)^2}{2z} - z \right) \right]$ $\geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\left(\frac{(y+z)^2}{2x} + 2x - 3x \right) + \left(\frac{(z+x)^2}{2y} + 2y - 3y \right) + \left(\frac{(x+y)^2}{2z} + 2z - 3z \right) \right]$ $\geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[(2(y+z) - 3x) + (2(z+x) - 3y) + (2(x+y) - 3z) \right]$ $\Rightarrow VT \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}(x+y+z) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad (\text{đpcm})$ | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |

***Chú ý:** HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.