

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút  
(Đề bài gồm có 05 câu, 01 trang)

**Câu 1 (2,0 điểm)** Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

1)  $2x^2 - 6x = 0$

2) 
$$\begin{cases} 2x = y + 5 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

**Câu 2 (2,0 điểm)**

1. Cho đường thẳng (d):  $y = ax + b$ . Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'):  $y = 5x + 6$  và đi qua điểm A(2; 3)

2. Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$
 (m là tham số)

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x; y) thỏa mãn  $x^2 + 2y^2 = 2$

**Câu 3 (2,0 điểm)**

1. Một công nhân dự định làm 70 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kỹ thuật, mỗi giờ người đó làm thêm được 5 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 40 phút mà còn làm vượt mức 10 sản phẩm. Hỏi theo dự định, mỗi giờ người đó làm được bao nhiêu sản phẩm ?

2. Cho phương trình  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^2 + 3x_2 = 19$ .

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho đường tròn (O). Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến AB (B là tiếp điểm) và cát tuyến AMN không cắt bán kính OB (M nằm giữa A và N). Gọi I là hình chiếu của O trên MN.

1) Chứng minh tứ giác ABOI nội tiếp một đường tròn.

2) Chứng minh  $AB^2 = AM \cdot AN$

3) Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AO tại H. Vẽ đường thẳng NE song song với BH (E thuộc đường tròn (O)). Chứng minh:  $AHM = NMO$  và ba điểm M, H, E thẳng hàng.

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho  $x, y, z > 0$  và thỏa mãn  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2x^2 + y^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{2y^2 + z^2 + 3}} + \frac{1}{\sqrt{2z^2 + x^2 + 3}}$$

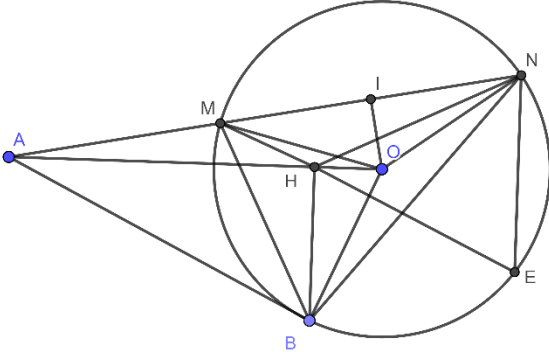
----- Hết -----

SBD: ..... Họ và tên thí sinh: .....

Giám thị 1: ..... Giám thị 2: .....

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	1 (1,0)	$2x^2 - 6x = 0$ $\Leftrightarrow 2x(x - 3) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25
		Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm là $x = 3, x = 0$ .	0,25
	2 (1,0)	$\begin{cases} 2x = y + 5 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 7y = -7 \\ x = -1 - 3y \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = (2; -1)$	0,25
2 (2,0 điểm)	1 (1,0)	Vì $(d) // (d')$ nên $\begin{cases} a = 5 \\ b \neq 6 \end{cases}$	0,25
		Vì $(d)$ đi qua $A(2; 3)$ nên ta có: $3 = 5.2 + b$	0,25
		$\Rightarrow b = -7$ (tm)	0,25
		Vậy $a = 5; b = -7$ ta có $(d): y = 5x - 7$	0,25
	2 (1,0)	$\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10m - 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10m \\ x - 2y = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ y = m - 1 \end{cases}$ với mọi $m$ , hệ phương trình có nghiệm là $(x, y) = (2m; m - 1)$	0,25
		Thay $x = 2m; y = m - 1$ vào đẳng thức $x^2 + 2y^2 = 2$ ta có: $4m^2 + 2(m - 1)^2 = 2 \Leftrightarrow 4m^2 + 2(m^2 - 2m + 1) = 2$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 2m^2 - 4m + 2 = 2 \Leftrightarrow 6m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow m(3m - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 3m - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$	0,25
		Vậy $m \in \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$	
1 (1,0)	Đổi: $40 \text{ phút} = \frac{2}{3} \text{ giờ}$		

<b>3</b> <b>(2,0 điểm)</b>		Gọi $x$ là số sản phẩm mà người công nhân dự định làm trong một giờ (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$ )	0,25
		Thời gian để người công nhân làm xong 70 sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{70}{x}$ (giờ) Do làm vượt mức 10 sản phẩm nên thực tế công nhân đó làm được $70+10=80$ sản phẩm. Do cải tiến kỹ thuật, mỗi giờ người đó làm thêm được 5 sản phẩm nên thực tế một giờ người công nhân làm được $x+5$ sản phẩm Thời gian để người công nhân làm xong 80 sản phẩm là: $\frac{80}{x+5}$ (giờ)	0,25
		Vì hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định $\frac{2}{3}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{80}{x+5} + \frac{2}{3} = \frac{70}{x}$	0,25
		$\Rightarrow x^2 + 20x - 525 = 0$ $\Delta' = 10^2 - 1 \cdot (-525) = 625$ $\Rightarrow x_1 = 15; x_2 = -35$ Đối chiếu với điều kiện ta thấy $x = 15$ thỏa mãn. Vậy theo kế hoạch trong một giờ người công nhân đó làm được 15 sản phẩm	0,25
	<b>2</b> <b>(1,0)</b>		Xét phương trình: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ . Ta có $a + b + c = 1 + (-m) + m - 1 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = m - 1$ .
		Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $m \neq 2$	0,25
		Theo đề bài ta có $x_1^2 + 3x_2 = 19$ Nếu $x_1 = 1, x_2 = m - 1$ thì $1 + 3(m - 1) = 19$ suy ra $m = 7$ (thỏa mãn) Nếu $x_2 = 1, x_1 = m - 1$ thì $(m - 1)^2 + 3 = 19$ suy ra $m = 5$ (thỏa mãn); $m = -3$ (thỏa mãn).	0,25
		Vậy $m = -3; m = 5; m = 7$ là các giá trị cần tìm.	0,25
<b>4</b> <b>(3,0 điểm)</b>	<b>0,25</b>	Vẽ đúng hình câu a 	0,25
	<b>1</b> <b>(0,75)</b>	Ta có AB là tiếp tuyến của (O) nên $\Rightarrow ABO = 90^\circ$ Có I là hình chiếu của O trên MN nên $OI \perp MN$ tại I $\Rightarrow AIO = 90^\circ$	0,25

			0,25
		Xét tứ giác ABOI có: $ABO + AIO = 90^0 + 90^0 = 180^0$ Vậy tứ giác ABOI nội tiếp	0,25
<b>2</b> <b>(1,0)</b>		Xét đường tròn (O) có: ABM là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung BM ANB là góc nội tiếp chắn cung BM Do đó $ABM = ACB$	0,25
		Xét $\triangle ABM$ và $\triangle ANB$ có : MAB chung $ABM = ANB$ (CMT) $\Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle ANB$ (g-g)	0,25
		$\Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AM}{AB}$	0,25
		$\Rightarrow AB^2 = AN \cdot AM$	0,25
<b>3</b> <b>(1,0)</b>		c) - Chứng minh được $AM \cdot AN = AH \cdot AO (= AB^2)$ Do đó $\triangle AMH \sim \triangle AON$ (c.g.c) Nên $AHM = ANO$ hay $AHM = MNO$ Mà $MNO = NMO$ (do $\triangle OMN$ cân tại O) Suy ra $AHM = NMO$ (1)	0,25
		Do đó tứ giác MHON nội tiếp nên $NMO = NHO$ (2) Ta có $NE \parallel BH$ (GT) và $BH \perp AO$ (GT) $\Rightarrow NE \perp AO$ Chứng minh được tam giác HNE cân tại H nên HO là phân giác của $\angle NHE \Rightarrow EHO = NHO$ (3) Từ (1), (2), (3) có $\Rightarrow AHM = EHO$	0,25
		Có 3 điểm A, H, O thẳng hàng nên $AHM + MHO = 180^0$ Do đó $EHO + MHO = 180^0$ Vậy 3 điểm M, H, E thẳng hàng	0,25
<b>5</b> <b>(1,0 điểm)</b>	<b>(1,0)</b>	Ta có : $2x^2 + y^2 + 3 = 2(x^2 + 1) + (y^2 + 1) \geq 2(2x + y)$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{2x^2 + y^2 + 3}} \leq \sqrt{\frac{1}{2(2x + y)}}$ Tương tự ta được : $\sqrt{\frac{1}{2y^2 + z^2 + 3}} \leq \sqrt{\frac{1}{2(2y + z)}}; \quad \sqrt{\frac{1}{2z^2 + x^2 + 3}} \leq \sqrt{\frac{1}{2(2z + x)}}$	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức Bunhia, chứng minh được : $P \leq \sqrt{\frac{1}{2(2x + y)}} + \sqrt{\frac{1}{2(2y + z)}} + \sqrt{\frac{1}{2(2z + x)}} \leq \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{1}{2x + y} + \frac{1}{2y + z} + \frac{1}{2z + x} \right)}$	0,25

		Chúng minh được $\frac{1}{2x+y} + \frac{1}{2y+z} + \frac{1}{2z+x} \leq \frac{1}{3} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 1$	0,25
		$\Rightarrow P \leq \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ . Vậy GTLN của P bằng $\frac{\sqrt{6}}{2}$ đạt được khi $x = y = z = 1$ .	0,25

**Lưu ý:** Học sinh giải cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa.

-----Hết-----