

Câu 1 (2,5 điểm): Cho các đa thức: $A(x) = 2x^2(x^2 - 3x + 1) - 5x(3 - x) + 2024$

$$B(x) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - (x^2 - x + 1)(x^2 + x - 1)$$

- Thu gọn, sắp xếp, tìm bậc, tìm hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức $A(x)$; $B(x)$
- Tính $M(x) = A(x) + B(x)$; $P(x) = A(x) - B(x)$
- Tính $A(0)$; $A(1)$; $B(0)$; $B(1)$ và rút ra nhận xét.
- Tìm nghiệm của đa thức $C(x) = 5(x - 2) - 3(x + 1) + 2025$

Câu 2 (2,0 điểm):

- Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ và $b - d \neq 0$; $b + 3d \neq 0$

Chứng minh rằng: $\frac{a - c}{b - d} = \frac{a + 3c}{b + 3d}$

- Cho 2 đại lượng y và x liên hệ với nhau theo công thức: $(m - 2)y = (m + 1)x$

+ Khi $m = 4$ thì hai đại lượng y và x là hai đại lượng tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch? Tìm hệ số tỉ lệ.

+ Tìm điều kiện của m để y và x là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Câu 3 (1,5 điểm):

- Tìm a để đa thức $2x^3 - 5x^2 + 3x + a$ chia hết cho đa thức $x + 2$

b) Một bản thảo dày 592 trang được giao cho 3 người cùng đánh máy đến khi xong. Để đánh máy một trang bản thảo người thứ nhất cần 5 phút, người thứ hai cần 4 phút, người thứ ba cần 6 phút. Hỏi khi ba người hoàn thành công việc, mỗi người đánh máy được bao nhiêu trang bản thảo?

Câu 4 (3,0 điểm):

1. Cho tam giác ABC vuông tại A ; đường phân giác BD . Qua A vẽ một đường thẳng vuông góc với BD cắt BD tại E ; cắt BC tại K .

- Tam giác ABK là tam giác gì?

b) Gọi AH cắt BD tại I . Chứng minh rằng: $IK \parallel AC$

c) Vẽ đường cao AH của tam giác ABC . Chứng minh rằng: AK là tia phân giác của \widehat{HAC}

2. Ba nhà ở ba địa điểm A ; B ; C không thẳng hàng, muốn đào chung một chiếc giếng. Hỏi chiếc giếng đào ở vị trí nào để khoảng cách từ giếng nước đến ba nhà bằng nhau?

Câu 5 (1,0 điểm):

- Chứng minh rằng: Đa thức $x^2 - 6x + 2024$ vô nghiệm

b) Đa thức $f(x) = (x^2 - 5x + 3)^{2024} + 1$ có tổng các hệ số trong dạng thu gọn là bao nhiêu?

-----Hết-----

Chú ý: Học sinh không được sử dụng máy tính

ĐỀ LỀ

Câu 1 (2,5 điểm): Cho các đa thức: $M(x) = 3x^2(x^2 - 5x + 1) - 3x(2 - x) + 2025$

$$B(x) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9) - (x^2 + x - 1)(x^2 - x + 1)$$

- Thu gọn, sắp xếp, tìm bậc, tìm hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức $M(x)$; $B(x)$
- Tính $A(x) = M(x) + B(x)$; $P(x) = M(x) - B(x)$
- Tính $M(0)$; $M(1)$; $B(0)$; $B(1)$ và rút ra nhận xét.
- Tìm nghiệm của đa thức $C(x) = 7(x - 1) - 5(x + 2) + 2024$

Câu 2 (2,0 điểm):

- Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ và $b + d \neq 0$; $b - 5d \neq 0$

Chứng minh rằng: $\frac{a + c}{b + d} = \frac{a - 5c}{b - 5d}$

- Cho 2 đại lượng y và x liên hệ với nhau theo công thức: $(m - 2)y = (m + 3)x$

+ Khi $m = 4$ thì hai đại lượng y và x là hai đại lượng tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch? Tìm hệ số tỉ lệ.

+ Tìm điều kiện của m để y và x là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Câu 3 (1,5 điểm):

- Tìm b để đa thức $3x^3 - 5x^2 + 6x + b$ chia hết cho đa thức $x - 2$

b) Ba đội công nhân sửa đường, cùng được giao một khối lượng công việc như nhau. Thời gian đội 1, đội 2, đội 3 làm xong công việc lần lượt là 4 giờ, 5 giờ, 6 giờ. Biết số người đội 2 ít hơn đội 1 là 3 người và năng suất lao động mỗi người như nhau. Tính số người mỗi đội?

Câu 4 (3,0 điểm):

1. Cho tam giác MNP vuông tại M ; đường phân giác ND . Qua M vẽ một đường thẳng vuông góc với ND cắt ND tại E ; cắt NP tại K .

- Tam giác MNK là tam giác gì?

b) Vẽ đường cao MH của tam giác MNP , MH cắt ND tại I . Chứng minh rằng $IK \parallel MP$

- Chứng minh rằng MK là tia phân giác của \widehat{HMP}

2. Ba đội công nhân ở tại 3 địa điểm A ; B ; C không thẳng hàng, muốn làm chung một chiếc bếp. Hỏi bếp đặt ở vị trí nào thì khoảng cách từ bếp đến 3 địa điểm A ; B ; C bằng nhau?

Câu 5 (1,0 điểm):

- Chứng minh rằng: Đa thức $x^2 - 8x + 2024$ vô nghiệm

b) Đa thức $g(x) = (x^2 - 5x + 3)^{2025} + 1$ có tổng các hệ số trong dạng thu gọn là bao nhiêu?

-----Hết-----

Chú ý: Học sinh không được sử dụng máy tính

Câu	Ý	Nội dung	Điểm TP	Tổng điểm
1	a)	<p>+) $A(x) = 2x^2(x^2 - 3x + 1) - 5x(3 - x) + 2024$</p> $A(x) = 2x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 15x + 5x^2 + 2024$ $= 2x^4 - 6x^3 + (2x^2 + 5x^2) - 15x + 2024$ $= 2x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 15x + 2024$ $A(x) = 2x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 15x + 2024$ <p>Đa thức $A(x)$ có bậc là 4; hệ số cao nhất là 2, hệ số tự do là 2024</p> <p>+) $B(x) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4) - (x^2 - x + 1)(x^2 + x - 1)$</p> $B(x) = x^3 + 2x^2 + 4x - 2x^2 - 4x - 8 - (x^4 + x^3 - x^2 - x^3 - x^2 + x + x^2 + x - 1)$ $= x^3 + (2x^2 - 2x^2) + (4x - 4x) - 8 - [x^4 + (x^3 - x^3) + (-x^2 - x^2 + x^2) + (x + x) - 1]$ $= x^3 + 0 + 0 - 8 - [x^4 + 0 + (-x^2) + 2x - 1]$ $= x^3 - 8 - x^4 + x^2 - 2x + 1$ $= -x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 7$ <p>Đa thức $B(x)$ có bậc 4, hệ số tự do là -7, hệ số cao nhất là -1</p>	0,25 0,25	1,0
	b)	$A(x) = 2x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 15x + 2024$ $+ B(x) = -x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 7$ <hr/> $M(x) = x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 17x + 2017$ $A(x) = 2x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 15x + 2024$ $- B(x) = -x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 7$ <hr/> $P(x) = 3x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 13x + 2031$	0,25 0,25	0,5
	c)	$A(0) = 2.0^4 - 6.0^3 + 7.0^2 - 15.0 + 2024$ $= 0 - 0 + 0 - 0 + 2024$ $= 2024$ $A(1) = 2.1^4 - 6.1^3 + 7.1^2 - 15.1 + 2024$ $= 2 - 6 + 7 - 15 + 2024$ $= 2012$ $B(0) = -7$ $B(1) = -8$ <p>Nhận xét: Giá trị của đa thức một biến x tại $x = 0$ bằng hệ số</p>	0,125 0,125 0,125	0,5

		tự do. Giá trị của đa thức một biến x tại $x = 1$ bằng tổng các hệ số của đa thức trong dạng thu gọn.	0,125	
	d)	Xét $5(x - 2) - 3(x + 1) + 2025 = 0$ Thu gọn: $2x + 2012 = 0$ $x = -1006$ KL: $C(x)$ có một nghiệm $x = -1006$	0,25 0,25	0,5
2	a)	Với $b > d \neq 0$ và $b + 3d \neq 0$ Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{3c}{3d} = \frac{a+3c}{b+3d}$ Vậy $\frac{a-c}{b-d} = \frac{a+3c}{b+3d}$ (đpcm)	0,5 0,25	0,75
	b)	+ Khi $m = 4$ ta có: $(4 - 2)y = (4 + 1)x$ $\Leftrightarrow 2y = 5x$ $\Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x$ $\Rightarrow y$ tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{5}{2}$ + Có $(m - 2)y = (m + 1)x$ (1) - Nếu $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$ Ta có: $0 \cdot y = (2 + 1)x$ $\Leftrightarrow 0 \cdot y = 3x$ $\Rightarrow y$ và x không là 2 đại lượng tỉ lệ thuận. - Nếu $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$ Từ (1) có $y = \frac{m+1}{m-2} \cdot x$ $\Rightarrow y$ tỉ lệ thuận với $x \Leftrightarrow \frac{m+1}{m-2} \neq 0$ $\Leftrightarrow m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ KL: Với $m \neq 2; m \neq -1$ thì y và x là 2 đại lượng tỉ lệ thuận	0,25 0,25 0,25 0,125 0,125 0,125	1,25

3	a)	$\begin{array}{r} \underline{2x^3 - 5x^2 + 3x + a} \quad \left \begin{array}{l} x + 2 \\ \hline 2x^2 - 9x + 21 \end{array} \right. \\ -9x^2 + 3x + a \\ \underline{-9x^2 - 18x} \\ 21x + a \\ \underline{21x + 42} \\ a - 42 \end{array}$ <p>Có $(2x^3 - 5x^2 + 3x + a) : (x + 2)$ $\Leftrightarrow a - 42 = 0 \Leftrightarrow a = 42$ KL: Vậy $a = 42$</p>	0,25 0,125 0,125	0,5
	b)	<p>Gọi số trang bản thảo người thứ nhất, thứ hai, thứ ba đánh được lần lượt là $x; y; z$ trang ($x; y; z \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow x + y + z = 592$</p> <p>Do thời gian đánh máy của ba người là như nhau nên số trang đánh được và thời gian đánh mỗi trang là 2 đại lượng tỉ lệ nghịch.</p> <p>$\Rightarrow x; y; z$ tỉ lệ nghịch với 5; 4; 3</p> <p>$\Rightarrow x \cdot 5 = y \cdot 4 = z \cdot 6$</p> <p>$\Rightarrow \frac{x \cdot 5}{60} = \frac{y \cdot 4}{60} = \frac{z \cdot 6}{60}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{10}$</p> <p>Áp dụng dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> <p>$\frac{x}{12} = \frac{y}{15} = \frac{z}{10} = \frac{x + y + z}{12 + 15 + 10} = \frac{592}{37} = 16$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} x = 12 \cdot 16 = 192 \\ y = 15 \cdot 16 = 240 \\ z = 10 \cdot 16 = 160 \end{cases}$</p> <p>KL: Người thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt đánh được 192, 240, 160 trang</p>	0,125 0,125 0,125 0,25 0,125	1,0
4	1	Vẽ hình đúng, gt, KL	0,25	0,25

	a)	ΔABK có BE là đường cao ($BE \perp AK$) BE là đường phân giác (BD là phân giác \widehat{ABK}) $\Rightarrow \Delta ABK$ cân tại B (đpcm)	0,25 0,25 0,25	0,75
	b)	ΔABK có AH là đường cao ($AH \perp BK$) BE là đường cao ($BE \perp AK$) Và AH cắt BE tại I (gt) $\Rightarrow I$ là giao điểm của 3 đường cao hay I là trực tâm ΔABC $\Rightarrow KI \perp AB$ $CA \perp AB (\widehat{BAC} = 90^\circ)$	0,125 0,125 0,125 0,125	0,5
	c)	$KI // CA \Rightarrow \widehat{IKA} = \widehat{KAD}$ (2 góc sole trong) (1) Có ΔABK cân tại $B \Rightarrow BE$ là trung trực của AK Có $I \in BE \Rightarrow IA = IK$ (t/c) $\Rightarrow \Delta IAK$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{IAK} = \widehat{IKA}$ (2) Từ (1)(2) $\Rightarrow \widehat{KAD} = \widehat{IAK}$ $\Rightarrow AK$ là phân giác \widehat{HAC} (đpcm)	0,125 0,125 0,125 0,125	0,5
	2	Ba nhà ở 3 địa điểm $A; B; C$ không thẳng hàng nên tạo thành tam giác ABC . Điểm cách đều 3 đỉnh ΔABC là giao điểm 3 đường trung trực nên giếng đào ở vị trí là giao điểm của 3 đường trung trực ΔABC thì khoảng cách từ giếng đến 3 nhà bằng nhau.	0,25 0,75	1,0
5	a)	Có $x^2 - 6x + 2024 =$ $= x^2 - 3x - 3x + 9 + 2015$ $= x(x - 3) - 3(x - 3) + 2015$ $= (x - 3)(x - 3) + 2015$	0,125	

		$= (x-3)^2 + 2015 \geq 2015 > 0 \quad \forall x \text{ do } (x-3)^2 \geq 0 \forall x$ $\Rightarrow \text{Đa thức } x^2 - 6x + 2024 \text{ vô nghiệm}$	0,25	0,5
	b)	<p>Tổng các hệ số của đa thức $f(x)$ trong dạng thu gọn là $f(1)$</p> <p>Có $f(1) = (1^2 - 5 \cdot 1 + 3)^{2024} + 1$</p> $= (1 - 5 + 3)^{2024} + 1$ $= (-1)^{2024} + 1$ $= 1 + 1 = 2$ <p>Vậy tổng các hệ số của $f(x)$ trong dạng thu gọn là 2</p>	0,125	0,5
			0,125	
			0,125	

Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa
Đề lẻ biểu điểm tương tự